# BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

## 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

**a) Khái niệm tính đơn điệu của hàm số**

\*Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và y=f(x) là hàm sớ xác định trên K.

- Hàm số y=f(x) được gọi là đồng biến trên K nếu $∀x\_{1},x\_{2}\in K,x\_{1}<x\_{2}\rightarrow f\left(x\_{1}\right)<f\left(x\_{2}\right).$

- Hàm số y=f(x) được gọi là nghịch biến trên K nếu $∀x\_{1},x\_{2}\in K,x\_{1}<x\_{2}⇒f\left(x\_{1}\right)>f\left(x\_{2}\right).$

*Chú ý:*

- Nếu hàm số đồng biến trên K thi đồ thị của hàm số đi lến từ trái sang phải (H.1.3a). Nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị của hàm số đi xuống từ trái sang phải (H.1.3b).



- Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên K còn được gọi chung là đơn điệu trên K. Việc tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số còn được gọi là tìm các khoảng đơn điệu (hay xét tính đơn điệu) của hàm số.

- Khi xét tính đơn điệu của hàm số mà không chỉ rõ tập K thì ta hiểu là xét trên tập xác định của hàm số đó.

\*Cho hàm số y=f(x) có đạo hàm trên khoảng K.

a) Nếu $f^{'}\left(x\right)>0$với mọi $x \in K$ thì hàm số f(x) đồng biến trên khoảng K.

b) Nếu $f^{'}\left(x\right)<0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng K.

*Chú ý:*

Người ta chứng minh được rằng:

- Nếu $f^{'}\left(x\right)\geq 0\left(f^{'}\left(x\right)\leq 0\right)$với mọi $x \in K $và $f^{'}\left(x\right)=0$chỉ tại một só́ hữu hạn đđểm của K thì hàm số f(x) đồng biến (nghịch biến) trên khoảng K.

- Nếu $f^{'}\left(x\right)=0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số f(x) không đổi trên khoảng K.

**b) Sử dụng bảng biến thiên xét tính đơn điệu của hàm số**

Các bước để xét tính đơn điệu của hàm số y = f(x) :

1. Tìm tập xác định của hàm số.

2. Tính đạo hàm $f^{'}\left(x\right).$ Tìm các điểm $x\_{i}\left(i=1,2,…\right)$mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.

3. Sắp xếp các điểm $x\_{i}$ theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.

4. Nêu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

## 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

**a) Khái niệm cực trị của hàm số**

Cho hàm số y=f(x) xác định và liên tục trên khoảng (a ; b) ( a có thể là $-\infty $, b có thể là $+\infty $ ) và điểm $x\_{0}\in \left(a;b\right).$

- Nếu tồn tại số h>0 sao cho $f\left(x\right)<f\left(x\_{0}\right)$ với mọi $x\in \left(x\_{0}-h;x\_{0}+h\right)⊂\left(a;b\right)$ và $x\ne x\_{0}$ thì ta nói hàm số f(x) đạt cực đại tại $x\_{0}$.

- Nếu tồn tại số h>0 sao cho $f\left(x\right)>f\left(x\_{0}\right)$ với mọi $x\in \left(x\_{0}-h;x\_{0}+h\right)⊂\left(a;b\right)$ và $x\ne x\_{0}$ thì ta nói hàm số f(x) đạt cực tiểu tại $x\_{0}.$

*Chú ý:*

- Nếu hàm số y=f(x) đạt cực đại tại $x\_{0}$ thì $x\_{0}$ được gọi là điểm cực đại của hàm số f(x). Khi đó, $f\left(x\_{0}\right)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số f(x) và kí hiệu là$f\_{CD}$ hay$y\_{CD}$. Điểm $M\_{0}\left(x\_{0};f\left(x\_{0}\right)\right)$được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

- Nếu hàm số y=f(x) đạt cực tiểu tại$x\_{0}$ thì $x\_{0}$được gọi là điểm cực tiểu của hàm số f(x). Khi đó, $f\left(x\_{0}\right)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số f(x) và kí hiệu là $f\_{CT}$ hay $y\_{CT}.$ Điểm $M\_{0}\left(x\_{0};f\left(x\_{0}\right)\right)$ được gọi là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

- Các điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là giá trị cực trị (hay cực tṛ̂) của hàm số.

**b) Cách tìm cực trị của hàm số**

Giả sử hàm số y=f(x) liên tục trên khoảng (a ; b) chứa điểm $x\_{0}$ và có đạo hàm trên các khoảng $\left(a;x\_{0}\right)$ và $\left(x\_{0};b\right)$. Khi đó:

a) Nếu $f^{'}\left(x\right)<0$ với mọi $x\in \left(a;x\_{0}\right)$ và $f^{'}\left(x\right)>0$ với mọi $x\in \left(x\_{0};b\right)$ thì $x\_{0}$ là một điểm cực tiểu của hàm số f(x).

b) Nếu$f^{'}\left(x\right)>0$ với mọi $x\in \left(a;x\_{0}\right)$ và $f^{'}\left(x\right)<0$ với mọi $x\in \left(x\_{0};b\right)$ thì $x\_{0}$ là một điểm cực đại của hàm số f(x).

*Chú ý.*

Từ định lí trên ta có các bước tìm cực trị của hàm số y = f(x) như sau:

1. Tìm tập xác định của hàm số.

2. Tính đạo hàm $f^{'}\left(x\right).$ Tìm các điểm mà tại đó đạo hàm $f^{'}\left(x\right)$ bằng 0 hoặc đạo hàm không tồn tại.

3. Lập bảng biến thiên của hàm số.

4. Từ bảng biến thiên suy ra các cực trị của hàm số.